a) $\cos(x) + \cos(\pi - x)$ **b)** $2\sin^2(x) + \cos(2x)$

c) $\sin(\frac{5\pi}{4})\sin(-\frac{\pi}{4})$ **d)** $2\cos(\frac{5\pi}{4})\cos(-\frac{\pi}{4})\cos(\pi)$

6.4 Cercles et coordonnées polaires

Dans cette section, nous réviserons tout ce que nous avons appris sur les cercles dans les sections sur la géométrie et la trigonométrie, puis nous nous appuierons sur ces connaissances pour définir le *système de coordonnées polaires*, qui est un système de coordonnées spécialisé pour décrire les cercles et les formes circulaires.

Formules

Un *cercle* est l'ensemble des points situés à une même distance d'un point, appelé centre. Un cercle de rayon r centré à l'origine a pour équation

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Cette équation exprime la relation que satisfont tous les points (x, y) du cercle.

Notez que le centre du cercle n'est pas nécessairement à l'origine, il peut être en n'importe quel point du plan de coordonnées (h, k), comme on le voit sur la figure 6.14.

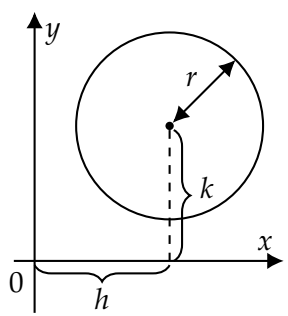


FIGURE 6.14 Un cercle de rayon r centré au point (h, k) est décrit par l'équation $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.

a) $\cos(x) + \cos(\pi - x)$ **b)** $2\sin^2(x) + \cos(2x)$

c) $\sin(\frac{5\pi}{4})\sin(-\frac{\pi}{4})$ **d)** $2\cos(\frac{5\pi}{4})\cos(-\frac{\pi}{4})\cos(\pi)$

6.4 Circles and polar coordinates

In this section we'll review everything we learned about circles in the geometry and trigonometry sections, then build on this knowledge to define the *polar coordinate system*, which is a coordinate system specialized for describing circles and other circular shapes.

Formulas

A *circle* is a set of points located at a constant distance from a centre point. A circle with radius r centred at the origin can be described by the equation

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

All points (x,y) that satisfy this equation are part of the circle.

More generally, the circle's centre can be located at any point (h,k) in the plane, as illustrated in Figure 6.14.

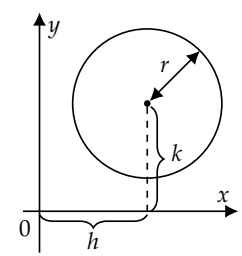


FIGURE 6.14 A circle of radius r centred at the point (h,k) is described by the equation $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.

Describing circles using functions

The circle equation $x^2 + y^2 = r^2$ is a *relation* between the variables x and y. If we want to describe the circle using a function

Décrire les cercles en utilisant des fonctions

L'équation d'un cercle est une *relation* ou *fonction implicite* où interviennent à la fois x et y. Si nous voulons décrire le cercle en utilisant une fonction du type $y = f(x)$, nous pouvons résoudre l'équation $x^2 + y^2 = r^2$ en y pour obtenir

$$y = f_{\mathrm{t}}(x) = \sqrt{r^2 - x^2}, \qquad -r \leqslant x \leqslant r,$$

et

$$y = f_{\mathrm{b}}(x) = -\sqrt{r^2 - x^2}, \quad -r \leqslant x \leqslant r.$$

Décrire un cercle nécessite deux fonctions, f_{t} et f_{b}, parce qu'il y a deux valeurs de y qui satisfont l'équation $x^2 + y^2 = r^2$ pour chaque valeur de x. La fonction f_{t} décrit la moitié supérieure du cercle, tandis que la fonction f_{b} décrit la moitié inférieure.

Le système de coordonnées polaires

La figure 6.15 montre le *système de coordonnées polaires*, qui est composé de cercles concentriques dessinés à différentes distance de l'origine (aussi appelée *pôle*), et de lignes radiales dans toutes les directions. Nous pouvons donner la position de n'importe quel point dans le plan en utilisant les *coordonnées polaires* $r\angle\theta$, où r mesure la distance du point à l'origine, et θ est l'angle mesuré dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à partir du demi axe r. Par exemple, le point $Q = 2\angle 60^\circ$ est situé à une distance de $r = 2$ unités du centre, dans la direction de $\theta = 60^\circ$.

Comparez le système de coordonnées polaires illustré dans la figure 6.15 au plan cartésien montré dans la figure 4.3 (page 64). Dans le plan cartésien, nous interprétons la paire de coordonnées (x, y) comme les instructions : « Marchez sur une distance de x unités dans la direction de l'axe des x, puis marchez une distance de y unités dans la direction de l'axe des y. » Dans un système de coordonnées polaires, nous interprétons les coordonnées polaires $r\angle\theta$ comme les instructions suivantes : « Tournez d'un angle θ et parcourez une distance de r unités dans cette direction. »

Notez que les coordonnées polaires pour décrire les points ne sont pas uniques. Le point $Q = 2\angle 60^\circ$ peut aussi être représenté par les coordonnées polaires $2\angle -300^\circ$, puisque tourner de 300° dans le sens des aiguilles d'une montre est la même chose que tourner de 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On peut également décrire le point Q en utilisant

$y = f(x)$, we can solve for y in the equation $x^2 + y^2 = r^2$ to obtain

$$y = f_{\mathrm{t}}(x) = \sqrt{r^2 - x^2}, \qquad -r \leqslant x \leqslant r,$$

and

$$y = f_{\mathrm{b}}(x) = -\sqrt{r^2 - x^2}, \quad -r \leqslant x \leqslant r.$$

Describing a circle requires two functions, f_{t} and f_{b}, because there are two values of y that satisfy the equation $x^2 + y^2 = r^2$ for each value of x. The function f_{t} describes the top half of the circle, while the function f_{b} describes the bottom half.

The polar coordinate system

Figure 6.15 shows the *polar coordinate system*, which consists of concentric circles at different distance from the origin (also called the *pole*), and radial lines extending from the origin in all directions. We can specify the location of any point in the plane using the *polar coordinates* $r\angle\theta$, where r measures the point's distance from the origin, and θ describes the angle measured in the counterclockwise direction starting from the r-axis. For example, the point $Q = 2\angle 60^\circ$ is located at the distance of $r = 2$ units form the origin, in the direction $\theta = 60^\circ$.

Compare the polar coordinate system shown in Figure 6.15 with the Cartesian coordinate system in Figure 4.3. In the Cartesian coordinate system, we interpret the coordinate pair (x,y) as the instructions "Walk a distance of x units in the direction of the x-axis and a distance of y units in the direction of the y-axis." In a polar coordinate system, we interpret the coordinates $r\angle\theta$ as the instructions "Turn toward the direction θ and walk a distance of r units in that direction."

Note the polar coordinates for describing points are not unique. The point $Q = 2\angle 60^\circ$ can also be described using the polar coordinates $2\angle -300^\circ$, since a clockwise turn of 300° is the same as a counterclockwise turn of 60°. We can also describe the point Q

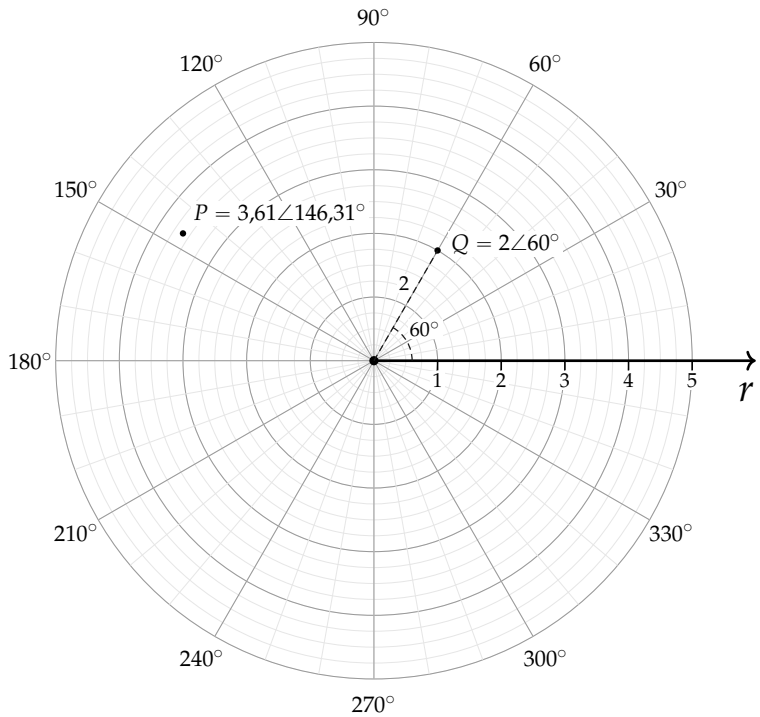


FIGURE 6.15 Le système de coordonnées polaires peut être utilisé pour donner la position des points dans le plan à deux dimensions. Les coordonnées polaires $r\angle\theta$ définissent le point situé à la distance r de l'origine dans la direction définie par θ.

les coordonnées polaires $-2\angle 240°$ ou $-2\angle -120°$, qui nous indiquent de tourner dans la direction opposée à $60°$ et de mesurer une distance négative $r = -2$, ce qui nous amène encore au point Q. La façon préférée de spécifier les coordonnées polaires est d'utiliser des valeurs de r positives et des angles θ, avec $|\theta| \leqslant 180°$, mais souvenez vous que les autres représentations sont également valables.

Conversion entre coordonnées cartésiennes et polaires

La figure 6.16 montre un point du plan dont la position est décrite à la fois en termes de coordonnées cartésiennes (x, y) et en termes de coordonnées polaires $r\angle\theta$. Notez que le triangle formé par les points de coordonnées $(0, 0)$, $(x, 0)$ et (x, y) est un triangle rectangle. Nous pouvons donc appliquer nos connaissances sur les fonctions trigonométriques sin,

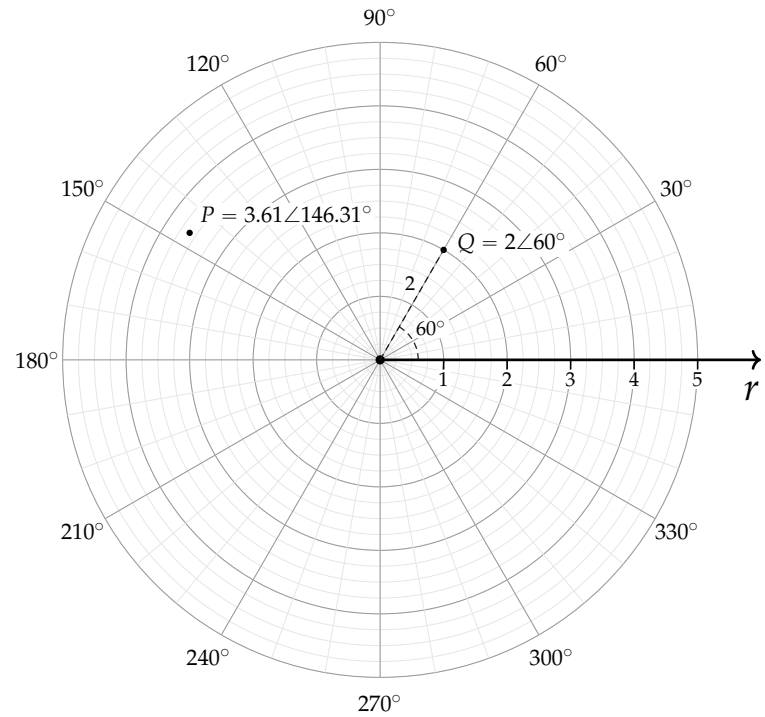


FIGURE 6.15 The polar coordinates system can be used to describe points in the two dimensional plane. The polar coordinates $r\angle\theta$ describe the point located at the distance r from the origin in the direction θ.

using the polar coordinates $-2\angle 240°$ and $-2\angle -120°$, which tell us to turn in the direction opposite to $60°$ and measure a negative distance $r = -2$, which also brings us to the point Q. The preferred way to specify polar coordinates is to use positive r values and angles $|\theta| \leqslant 180°$, but keep in mind there are other equally valid representations.

Converting between Cartesian and polar coordinates

Figure 6.16 shows a point in the plane whose location is described both in terms of Cartesian coordinates (x,y) and in terms of polar coordinates $r\angle\theta$. Note the triangle formed by the coordinates (0,0), $(x,0)$, and (x,y) is a right-angle triangle. This means we can apply our knowledge of the trigonometric functions sin,

cos et tan pour passer des coordonnées cartésiennes (x, y) aux coordonnées polaires $r\angle\theta$.

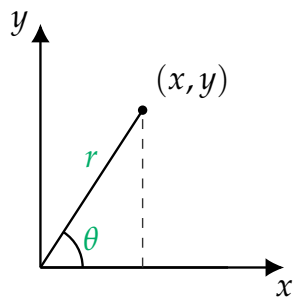


FIGURE 6.16 Les coordonnées polaires $r\angle\theta$ peuvent être utilisées pour donner la position de n'importe quel point (x, y) du plan cartésien.

Pour passer des coordonnées polaires $r\angle\theta$ aux coordonnées cartésiennes (x, y), nous pouvons utiliser les définitions des fonctions trigonométriques $\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{x}{r}$ et $\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{y}{r}$ pour obtenir les formules :

$$x = r\cos\theta \qquad \text{et} \qquad y = r\sin\theta.$$

Par exemple, les coordonnées cartésiennes du point $Q = 2\angle 60^\circ$ sont données par $Q = (x, y) = (2\cos 60^\circ, 2\sin 60^\circ) = (1, \sqrt{3})$.

Pour convertir des coordonnées cartésiennes (x, y) en coordonnées polaires $r\angle\theta$, nous utilisons l'équation du cercle $x^2 + y^2 = r^2$ et la définition de la fonction tangente $\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{y}{x}$ pour obtenir les formules suivantes :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad \theta = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } x > 0, \\ 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } x < 0, \\ 180^\circ & \text{si } x = 0 \text{ et } y > 0, \\ -180^\circ & \text{si } x = 0 \text{ et } y < 0. \end{cases}$$

Trouver l'angle θ est un peu compliqué. On doit utiliser une formule différente pour calculer θ selon l'endroit où se trouve le point, et il y a quatre cas particuliers à considérer. L'idée de base est d'utiliser la fonction tangente inverse $\tan^{-1}$, qui est aussi appelé *arc tangente* et notée arctan, ou `atan` sur les systèmes informatiques. La fonction $\tan^{-1}$ donne des valeurs entre -90° ($-\frac{\pi}{2}$ [rad]) et 90° ($\frac{\pi}{2}$ [rad]), qui correspondent aux points avec une coordonnée x positive. Si la coordonnée x du point est négative, nous devons ajouter 180° (π [rad]) à la sortie de $\tan^{-1}$ pour obtenir l'angle correct.

cos, and tan to obtain formulas for converting between Cartesian coordinates (x,y) and polar coordinates $r\angle\theta$.

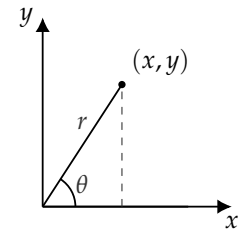


FIGURE 6.16 Polar coordinates $r\angle\theta$ can be used to describe any point (x,y).

To convert from polar coordinates $r\angle\theta$ to (x,y) coordinates, we can use the definitions of the trigonometric functions $\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{x}{r}$ and $\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{y}{r}$ to obtain the formulas :

$$x = r\cos\theta \qquad \text{and} \qquad y = r\sin\theta.$$

For example, the cartesian coordinates of the point $Q = 2\angle 60^\circ$ are given by $Q = (x,y) = (2\cos 60^\circ, 2\sin 60^\circ) = (1, \sqrt{3})$.

To convert from (x,y) coordinates to polar coordinates $r\angle\theta$, we can use the circle equation $x^2 + y^2 = r^2$ and the definition of the tangent function $\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{y}{x}$, then solve for r and θ to obtain the formulas :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{and} \quad \theta = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0, \\ 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x < 0, \\ 180^\circ & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0, \\ -180^\circ & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0. \end{cases}$$

Finding the angle θ is a little tricky. We must use a different formula for computing θ depending on where the point is located, and there are four different cases to consider. The basic idea is to use the inverse tangent function $\tan^{-1}$, which is also called arctan, or `atan` on computer systems. By convention, the function $\tan^{-1}$ returns values between -90° ($-\frac{\pi}{2}$ [rad]) and 90° ($\frac{\pi}{2}$ [rad]), which correspond to points with positive x-coordinate. If the x-coordinate of the point is negative, we must add 180° (π [rad]) to the output of the inverse-tangent calculation to obtain the correct angle. When $x = 0$ we can't compute the fraction $\frac{y}{x}$ because we

Lorsque $x = 0$, nous ne pouvons pas calculer la fraction $\frac{y}{x}$ parce que nous ne pouvons pas diviser par zéro, donc il faut traiter le cas $x = 0$ séparément comme ci-dessus. Les systèmes informatiques fournissent la fonction arc tangente à deux entrées `atan2(y,x)` qui gère tous les cas particuliers et calcule l'angle θ pour tous les points (x, y).

Considérons le point P avec les coordonnées cartésiennes $(-3, 2)$ qui est montré dans la figure 4.3 (page 64). Pour trouver les coordonnées polaires de ce point, nous calculons d'abord sa distance du centre, $r = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13} \approx 3{,}61$. Pour trouver l'angle θ, nous notons que la coordonnée x de P est négative, donc l'angle θ que nous cherchons est donné par $\theta = 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{2}{-3}\right) = 146{,}31^\circ$. L'angle du point $P = (-3, 2)$ peut également être obtenu en utilisant `atan2(2,-3)`. Les coordonnées polaires du point P sont donc $3{,}61\angle 146{,}31^\circ$ (voir la figure 6.15).

Équations en coordonnées polaires

Nous pouvons utiliser les équations en coordonnées polaires pour décrire des relations entre les variables r et θ. Par exemple, l'équation d'un cercle de rayon 2 en coordonnées polaires est simplement $r = 2$. Si nous substituons $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et nous élevons au carré les deux côtés de l'équation, nous obtiendrons l'équation $x^2 + y^2 = 2^2$ que nous avons vue au début de la section.

On peut utiliser les substitutions $x = r\cos\theta$ et $y = r\sin\theta$ pour convertir toute équation donnée en coordonnées cartésiennes x et y en coordonnées polaires r et θ. Considérons l'équation $2x - y = 3$ de la droite représentée dans la figure 5.9 à la page 83. Nous pouvons réécrire cette équation qui, en coordonnées polaires, devient $2r\cos\theta - r\sin\theta = 3$.

Comme vous pouvez le voir à partir de ces exemples, les coordonnées polaires sont très pratiques lorsqu'on a affaire à des cercles, mais nettement moins lorsqu'on travaille avec des droites.

Fonctions en coordonnées polaires

Une fonction en coordonnées polaires est notée $r(\theta)$ et montre comment la distance r varie en fonction de l'angle θ.

Comme premier exemple, considérons un cercle de rayon 2, qui est décrit par une fonction constante en coordonnées polaires :

$$r(\theta) = 2.$$

cannot divide by zero, so handle the cases with $x = 0$ separately as described above. Computer algebra systems provide the two-input math function `atan2(y,x)` that handles all the special cases and correctly computes the angle θ for any point (x,y).

For example, consider the point P with Cartesian coordinates $(-3,2)$ that is shown in Figure 4.3 (page 64). To find the polar coordinates of this point we first calculate the distance from the centre, $r = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13} \approx 3.61$. To find the angle θ we note that the x-coordinate of P is negative, so the angle θ we're looking for is given by the formula $\theta = 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{2}{-3}\right) = 146.31^\circ$. The angle of the point $P = (-3,2)$ can also be obtained from `atan2(2,-3)`. The polar coordinates of the point P are $3.61\angle 146.31^\circ$ (see Figure 6.15).

Equations in polar coordinates

We can use equations in polar coordinates to describe relations between the variables r and θ. For example, the equation of a circle with radius 2 in polar coordinates is simply $r = 2$. If we substitute $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ and square both sides of the equation we obtain the equation $x^2 + y^2 = 2^2$ that we saw in the beginning of this section.

We can use the substitutions $x = r\cos\theta$ and $y = r\sin\theta$ to convert equations from Cartesian coordinates x and y to polar coordinates r and θ. Consider the equation $2x - y = 3$, which describes the line shown in Figure 5.9 on page 83. We can rewrite this equation in polar coordinates as $2r\cos\theta - r\sin\theta = 3$, which is a relation between the polar coordinates r and θ.

As you can tell from these examples, polar coordinates are very convenient when dealing with circles, and less so when working with lines.

Functions in polar coordinates

A function in polar coordinates is denoted $r(\theta)$ and shows how the distance r varies as a function of the angle θ.

For example, a circle with radius 2 is described by the function $r(\theta) = 2$ in polar coordinates. The distance of a point on the circle from the centre is the same in all directions. See Figure 6.17 (a).

As another example, the equation of the line $2x - y = 3$, which we transformed to polar coordinates to obtain $2r\cos\theta - r\sin\theta = 3$.

En d'autres termes, la distance d'un point du cercle au centre est la même quel que soit l'angle. Voir la figure 6.17 (a).

Considérons maintenant l'équation de la droite $2x - y = 3$, que nous avons transformée pour obtenir $2r\cos\theta - r\sin\theta = 3$. On peut isoler r dans cette équation pour obtenir la fonction

$$r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta},$$

qui décrit la distance du point à l'origine pour les différentes directions θ. Par exemple, lorsque $\theta = 0$, on trouve $r(0) = \frac{3}{2\cos 0 - \sin 0} = 1{,}5$. Nous savons donc que le point $1{,}5\angle 0^\circ$ fait partie de la droite.

Le graphe en coordonnées polaires d'une fonction $r(\theta)$ correspond aux points de coordonnées polaires $r(\theta)\angle\theta$, pour toutes les valeurs possibles de θ. Ceci est analogue à la façon dont nous obtenons le graphe de la fonction $f(x)$ en coordonnées cartésiennes en traçant les points $(x, f(x))$, pour toutes les valeurs possibles de x. La figure 6.17 montre les graphes des deux fonctions ci-dessus.

Pour dessiner le graphe d'une fonction $r(\theta)$, vous pouvez calculer les valeur de la fonction pour plusieurs angles comme $\theta = -90^\circ$, $\theta = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\theta = 90^\circ$, puis tracer ces points dans le système de coordonnées polaires. Par exemple, pour trouver le graphe de la fonction $r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta}$, on peut calculer la valeur $r(-90^\circ) = \frac{3}{2\cos(-90^\circ) - \sin(-90^\circ)} = 3$, qui nous indique que le point $3\angle -90^\circ$ fait partie du graphe. Nous pouvons de même calculer $r(0^\circ) = 1{,}5$ et $r(30^\circ) = 2{,}43$, ce qui nous dit que les points $1.5\angle 0^\circ$ et $2{,}43\angle 30^\circ$ font aussi partie du graphe.

La figure 6.18 montre les graphes en coordonnées polaires de trois autres fonctions intéressantes. Notez les points $r\angle\theta$ indiqués dans chaque graphe et vérifiez qu'ils satisfont la fonction correspondante $r(\theta)$.

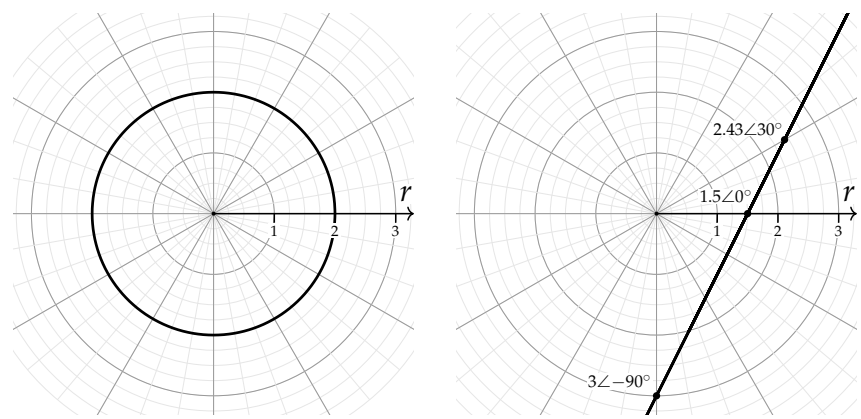
We can isolate r to obtain the function

$$r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta},$$

which describes the distance from the origin for different angles θ. For example, when $\theta = 0$, we find $r(0) = \frac{3}{2\cos 0 - \sin 0} = 1.5$, so we know the point with polar coordinates $1.5\angle 0^\circ$ is part of the graph.

The polar coordinates graph of the function $r(\theta)$ corresponds to all the points with polar coordinates $r(\theta)\angle\theta$, for all possible values of θ. This is analogous to how we obtain the graph of the function $f(x)$ in Cartesian coordinates by plotting the points $(x, f(x))$, for all possible values of the input variable x. Figure 6.17 shows the graphs of the two functions discussed above.

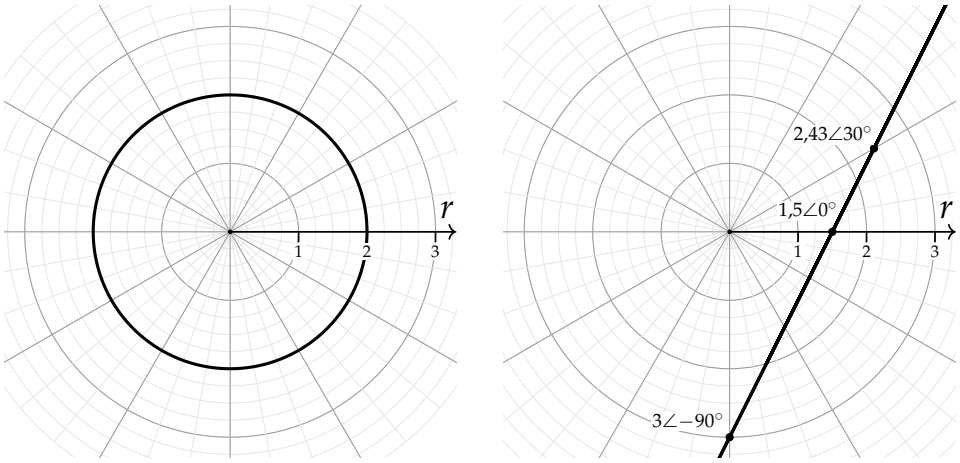
If you ever need to graph a function $r(\theta)$ by hand, you can compute the value of the function for several angles like $\theta = -90^\circ$, $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, then plot these points in the polar coordinate system. For example, when trying to find the graph of the function $r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta}$, we can compute $r(-90^\circ) = \frac{3}{2\cos(-90^\circ) - \sin(-90^\circ)} = 3$, which tells us the point $3\angle -90^\circ$ is part of the graph. We can similarly compute $r(0^\circ) = 1.5$ and $r(30^\circ) = 2.43$, which tells us the points $1.5\angle 0^\circ$ and $2.43\angle 30^\circ$ are on the line.



(a) $r(\theta) = 2$ (b) $r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta}$

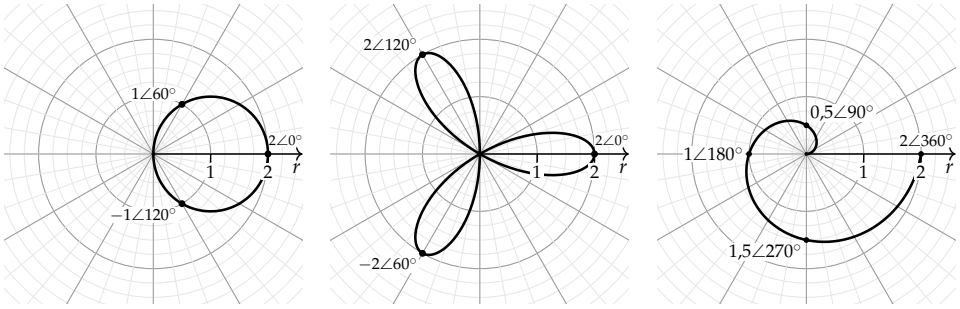
FIGURE 6.17 The graphs of functions in polar coordinates are obtained by computing the distance $r(\theta)$ in all directions θ varying from 0° to 360°.

Figure 6.18 shows the polar coordinates graphs of three other



(a) $r(\theta) = 2$ (b) $r(\theta) = \frac{3}{2\cos\theta - \sin\theta}$

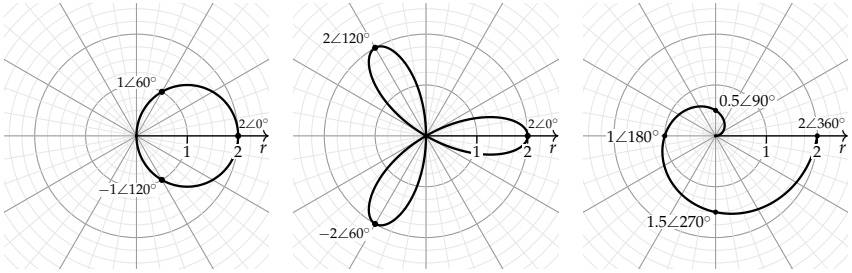
FIGURE 6.17 Les graphes des fonctions en coordonnées polaires sont obtenus en calculant la distance $r(\theta)$ pour toutes les directions θ de 0° à 360°.



(a) $r(\theta) = 2\cos\theta$ (b) $r(\theta) = 2\cos(3\theta)$ (c) $r(\theta) = 0 + \frac{2}{360^\circ}\theta$

FIGURE 6.18 Les graphes en coordonnées polaires de trois fonctions spéciales : (a) un cercle, (b) une rosace et (c) une spirale d'Archimède.

interesting functions. Look at the points $r\angle\theta$ indicated in each graph and check that they satisfy the corresponding function $r(\theta)$.



(a) $r(\theta) = 2\cos\theta$ (b) $r(\theta) = 2\cos(3\theta)$ (c) $r(\theta) = 0 + \frac{2}{360^\circ}\theta$

FIGURE 6.18 The graphs of three functions in polar coordinates : (a) a circle, (b) a three-petalled rose, and (c) an Archimedean spiral.

Discussion

Le système de coordonnées polaires nous permet de décrire la position des points en utilisant les coordonnées polaires $r\angle\theta$ au lieu des coordonnées cartésiennes (x, y). Consultez le schéma conceptuel de la figure 6.19 pour voir un résumé des différents aspects des coordonnées polaires. Vos connaissances des fonctions trigonométriques sin, cos et tan sont essentielles pour pouvoir convertir entre les coordonnées cartésiennes et polaires.

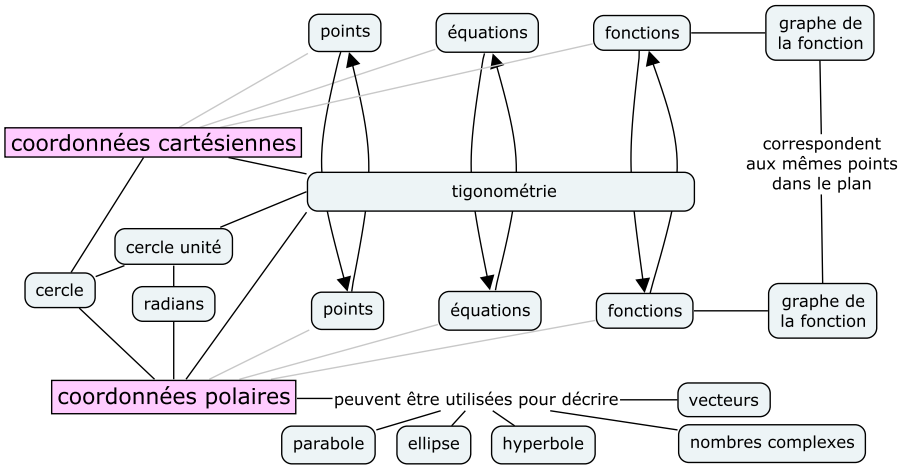


FIGURE 6.19 Les coordonnées cartésiennes (x, y) et polaires $r\angle\theta$ sont deux façons équivalentes de représenter les points, les équations et les fonctions.

Les formules pour convertir entre les coordonnées cartésiennes (x, y) et les coordonnées polaires $r\angle\theta$ que nous avons apprises dans cette section sont importantes et vous devez les considérer comme du « matériel requis ». Je m'attends à ce que vous maîtrisiez bien ces formules, parce que nous en aurons besoin pour nos études dans le reste du livre, par exemple pour des sujets comme les vecteurs (section 7.2) et les nombres complexes (section 7.5).

En revanche, les trois sections suivantes ne sont pas du « matériel requis ». Nous allons maintenant changer de rythme pour discuter de matériel plus léger et découvrir trois autres formes géométriques : la parabole, l'ellipse et l'hyperbole. Je veux que vous connaissiez ces formes, mais je ne m'attends pas à ce que vous maîtrisiez toutes les définitions et équations.

Discussion

The polar coordinate system is an alternative way for describing points in space using polar coordinates $r\angle\theta$ instead of the usual Cartesian coordinates (x,y). See the concept map in Figure 6.19. Your knowledge and experience with the trigonometric functions sin, cos, and tan is what allows you to convert between Cartesian and polar coordinates.

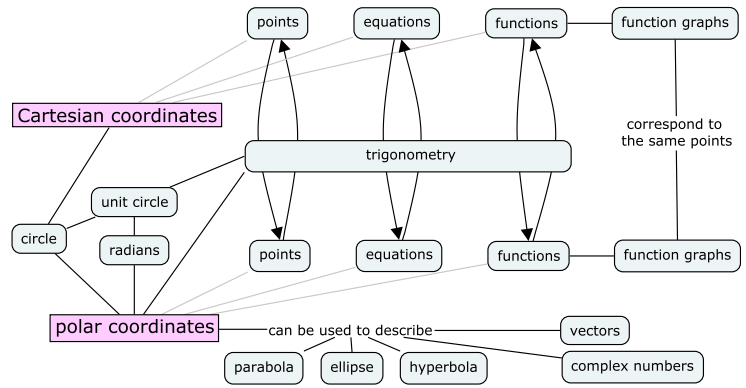


FIGURE 6.19 Cartesian coordinates (x,y) and polar coordinates $r\angle\theta$ are two equivalent ways for representing points, equations, and functions.

The formulas for converting between Cartesian coordinates (x,y) and polar coordinates $r\angle\theta$ that we learned in this section are important and you should consider them as "required" material. I expect you to be totally fluent with these formulas because we'll need them later in the book when we learn about vectors (Section 7.2) and complex numbers (Section 7.5).

In contrast, the three next sections are not "required material." We'll now switch gears to "entertainment mode" an learn about three bonus geometry topics : parabolas, ellipses, and hyperbolas. I want you to know about these shapes, but I don't expect you to be fluent with all the definitions and equations. You can take it easy for the next three sections because none of the material will be "on the exam." You deserve a break after all the polar coordinates formulas you just went through.

Vous pouvez vous détendre pour les trois sections suivantes, parce que ce matériel ne sera pas « à l'examen ». Vous méritez bien une pause après toute les formules que vous venez de voir !

Exercices

E6.8 Convertissez les points (x, y) en coordonnées polaires :

a) $(3, 1)$ **b)** $(-1, -2)$ **c)** $(0, -6)$

Convertissez les coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes :

d) $10\angle 30^\circ$ **e)** $10\angle -345^\circ$ **f)** $10\angle 120^\circ$

E6.9 Tracez le graphe de la fonction $r(\theta) = \frac{2}{\sin\theta}$ en coordonnées polaires pour θ variant de 0 à 180°. Quelle est la description de cette fonction en coordonnées cartésiennes ?

Liens

[La page Wikipédia montre beaucoup d'exemples intéressants]
`https://fr.wikipedia.org/wiki/Coordonnées_polaires`

[Introduction visuelle aux coordonnées polaires (en anglais)]
`https://www.youtube.com/watch?v=stU63ST6ung`

[Explications des équations en coordonnées polaires (en anglais)]
`https://www.youtube.com/watch?v=jwLUapqnwkk`

Exercises

E6.8 Convert the given points from Cartesian to polar coordinates :

a) (3,1) **b)** $(-1, -2)$ **c)** $(0, -6)$

Convert the points from polar to Cartesian coordinates :

d) $10\angle 30^\circ$ **e)** $10\angle -345^\circ$ **f)** $10\angle 120^\circ$

E6.9 Draw the graph of the function $r(\theta) = \frac{2}{\sin\theta}$ in polar coordinates for θ varying from 0 to 180°. What is the equivalent description of this function in Cartesian coordinates ?

Links

[Visual introduction to polar coordinates]
`https://www.youtube.com/watch?v=stU63ST6ung`

[Professor Dave explains equations in polar coordinates]
`https://www.youtube.com/watch?v=jwLUapqnwkk`

6.5 Ellipse

L'*ellipse* est une courbe importante que l'on rencontre souvent dans la nature. L'orbite que décrit la terre autour du soleil est une ellipse.

Paramètres

La figure 6.20 montre une ellipse avec tous ses paramètres annotés :

6.5 Ellipse

The *ellipse* is a fundamental shape that occurs in nature. The orbit of planet Earth around the Sun is an ellipse.

Parameters

Figure 6.20 shows an ellipse with all it's parameters annotated :